

المدة: 4س	الإمتحان التجريبي للباكالوريا 2005/2004 الرياضيات	نيابة فاس المدينة ثانوية مولاي رشيد
المعامل: 10	الثانية سلك بكالوريا علوم رياضيات أ	

تمرين 01 9.25

f هي الدالة المعرفة ب: $f(x) = 2e^{-x} - e^{-2x} - x$ و C هو منحناها في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) . (وحدة القياس: 5cm).

الجزء الأول:

- 1) احسب نهايات الدالة f عند محداث مجموعة تعريفها 0.5
2) باستعمال الدالة المشتقة اعط جدول التغيرات للدالة f . 0.5

3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل بالضبط حلين α و β يحققان: $-\frac{1}{2} < \alpha < -1$ و $\frac{1}{2} < \beta < 1$ 0.75

4) ادرس تقعر المنحنى C 0.25

الجزء الثاني:

نضع لكل x من \mathbb{R}_+ : $g(x) = 2e^{-x} - e^{-2x}$ ونضع: $I = \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

1) أ) ادرس تغيرات الدالة g وبين أن: $g(I) \subset I$ 0.5

ب) بين أن $\forall x \in I, |g'(x)| \leq \frac{1}{2}$ 0.5

2) نعرف المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ ب: $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ \forall n \geq 0, u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$

أ) بتطبيق مبرهنة التزايد المتناهية بين أن: $\forall n \geq 0, |u_{n+1} - \beta| \leq \frac{1}{2} |u_n - \beta|$ 0.5

ب) بين أن: $\forall n \geq 0, |u_n - \beta| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ثم أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \beta$ 0.5

ج) ما هي أصغر قيمة ممكنة للعدد الصحيح الطبيعي n لكي تكون u_n قيمة مقربة ل β بالدقة 0,01؟ 0.5

الجزء الثالث:

نضع لكل x من \mathbb{R}_- : $h(x) = -\frac{1}{2} \ln(2e^{-x} - x)$ ونضع: $J = \left[-1, -\frac{1}{2}\right]$.

أ) بين أن لكل عدد حقيقي x لدينا: $h(x) = x \Leftrightarrow (f(x) = 0 \text{ و } x < 0)$. 0.5

ب) نقبل أن: $\forall x \in J, |h'(x)| \leq \frac{3}{5}$. بين أن المتتالية المعرفة ب: $v_0 = -1$ و $v_{n+1} = h(v_n)$ لكل $n \geq 0$ 0.75

تزايدية و مكبورة ب α وأن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \alpha$

الجزء الرابع:

1) ادرس الفروع اللانهائية و الأوضاع النسبية للمنحنى C و المستقيم (D) ذي المعادلة $y = -x$ ثم أنشئهما. 0.75

2) احسب بدلالة α و β المساحة الهندسية للحيز المحصور بمحور الأفاصيل و المنحنى C و المستقيمين ذوي المعادلتين $x = -1$ و $x = 1$ على التوالي. 0.5

الجزء الخامس:

$$(1) \text{ بين أن الدالة } \varphi \text{ المعرفة بـ: } \begin{cases} \varphi(x) = e^{3(x-\alpha)} & x < \alpha \\ \varphi(x) = 1 & \alpha \leq x \leq \beta \\ \varphi(x) = e^{\beta-x} & x > \beta \end{cases} \text{ متصلة على } \mathbb{R} \quad 0.5$$

$$(2) \text{ نعرف الدالة } F \text{ بـ: } F(x) = \int_{\beta}^x f(t)\varphi(t)dt \quad 0.5$$

(أ) بين أن معرفة F على \mathbb{R} ثم اعط جدول تغيراتها. (لا يطلب حساب النهايات) 0.5

(ب) احسب $F(\alpha)$ و $F(\beta)$. حدد إشارة $F(x)$ على المجال $[\beta, +\infty[$. 0.5

(ج) احسب $F(x)$ في الحالتين $x > \beta$ ثم $x < \alpha$ واحسب نهايات F عند محددات مجموعة تعريفها ثم أتمم جدول التغيرات أعلاه. 0.75

تمرين 02 5.50 ن

نعتبر عددين جذريين : (1) $r = \frac{a}{b}$, $r' = \frac{a'}{b'}$ بحيث: $(a, a', b, b') \in \mathbb{N}^{*4}$ و: $a'b - ab' = 1$ 0.25

(1) بين أن $r < r'$ وأن (1) هي الكتابة المختزلة لكل من r و r' . 0.25

(2) نضع : (2) $r'' = \frac{a+a'}{b+b'}$ بين أن : $r < r'' < r'$ وأن (2) هي الكتابة المختزلة للعدد الجذري r'' . 0.5

(3) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم و q و q' عددين صحيحين طبيعيين بحيث:

$$(3) \quad \frac{q}{n} \leq \frac{a}{b} < \frac{q+1}{n} \quad \text{و} \quad \frac{q'}{n} \leq \frac{a'}{b'} < \frac{q'+1}{n}$$

(أ) بين أنه يوجد زوج (ρ, ρ') من \mathbb{N}^2 بحيث: $\begin{cases} na = bq + \rho, na' = b'q' + \rho' \\ 0 \leq \rho < b, 0 \leq \rho' < b' \end{cases}$ 0.5

(ب) بين أن $q \leq q'$ و $bb'(q'-q) = n + \rho b' - \rho' b$ 0.5

(4) نفترض أن : $n < b + b'$ و أن n ليس مضاعفاً لـ b' . 0.5

(أ) بين أن $na' - b'q' < 1$ ليس مضاعفاً لـ b' و استنتج أن : $1 \leq \rho' \leq b' - 1$ 0.5

(ب) بين أن : $bb'(q'-q) < bb'$ ثم استنتج أن : $q = q'$. 0.75

(5) بين أنه إذا كان $n < b + b'$ و n مضاعفاً لـ b' فإن : $q' = q + 1$. 0.75

(6) استنتج مما سبق ما يلي :

(أ) يوجد ما بين r و r' عدد جذري وحيد مقامه يساوي $b + b'$ 0.5

(ب) لا يوجد ما بين r و r' أي عدد جذري مقامه أصغر قطعاً من $b + b'$ 0.75

(7) أوجد جميع الأعداد الجذرية المحصورة بين $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{7}$ ومقامها أصغر من أو يساوي 25. 0.5

تمرين 03 2.50 ن

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة: $(E) \quad 2z^4 - 6z^3 + 9z^2 - 6z + 2 = 0$

(1) بين أنه إذا كان عدد عقدي حلاً للمعادلة (E) فإن كلا من مقلوبه و مرافقه حلان للمعادلة (E) 0.50

(2) نفترض أن z_0 حل غير حقيقي للمعادلة (E) . عبر عن الحلول الأخرى لـ (E) بدلالة z_0 . (نقبل أن المعادلة لا تقبل حلاً معياره 0.5

يساوي 1)

(3) حل المعادلة (E) إذا علمت أنها تقبل حلاً $\frac{\pi}{4}$ عمدة له و شكله الجبري هو : $a + i$ بحيث: $a \in \mathbb{R}$. 0.75

(4) عمل في \mathbb{R} الحدودية : $f(x) = 2x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 6x + 2 = 0$ 0.75

تمرين 04 2.75

- لتكن $(G, .)$ زمرة بحيث $card(G) = 4$. نرسم e للعنصر المحايد لهذه الزمرة و لكل x من G و لكل n من \mathbb{N}^* نرسم x^n للمركب : $x.x...x$ n مرة.
- 0.50 (1) ليكن $a \in G \setminus \{e\}$. بين أن أحد العناصر : a^2 و a^3 و a^4 يساوي e .
- 0.25 (2) نفترض أن : $a^3 = e$.
- 0.25 (أ) ماهو مماثل كل من a و a^2 على التوالي ؟
- 0.25 (ب) بين أن $a \neq a^2$ و أن عناصر G هي e و a و a^2 و عنصر رابع نرسم إليه ب b .
- 0.25 (ج) هل يمكن ل ab أن يساوي e أو a أو a^2 أو b ؟ ماذا تستنتج ؟
- 0.75 (3) نفترض أن $G = \{e, a, b, c\}$ و أن : $a^2 = b^2 = e$.
- 0.75 (أ) بين أن $(\forall x \in G) x^2 = e$ و أن الزمرة $(G, .)$ تبادلية.
- 0.75 (ب) بين أن : $ab = c$ و $bc = a$ و $ac = b$ ثم اعط جدول الزمرة $(G, .)$.