

* بعد مراجعة دروسك اضبط ساعتك و أنجز هذا الغرض في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد مع احترام ضوابط و طقوس إنجاز فرض.

* عند الانتهاء ضع الورقة في ملف إلى يوم إدراج التصحيح في نفس الموقع.

* يوم إدراج التصحيح في الموقع هو: **20 أبريل 2005**

فرض شهر أبريل 2005

2 سلك بكالوريا علوم رياضيات

Moustaouli Mohamed

تمرين 1 (تمرين من الامتحان التجريبي لثانوية البارودي عين السبع البيضاء 2004)
نعتبر الدالة F المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي:

$$F(0) = \ln(2) \quad ; \quad \forall x > 0 \quad F(x) = \int_x^{2x} \frac{e^t}{t} dt$$

-1 بين أن $\forall x \geq 0 \quad e^x \ln 2 \leq F(x) \leq e^{2x} \ln 2$

-2 استنتج أن F متصلة في 0 على اليمين.

-3 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x}$ و أول النتيجة هندسيا.

-4 بين أن F قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ و أن $\forall x \in]0; +\infty[\quad F'(x) = \frac{e^{2x} - e^x}{x}$

-5 نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $\forall x > 0 \quad f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$ و $f(0) = 1$

(أ) بين أن f متصلة في 0 على اليمين.

(ب) أدرس قابلية اشتقاق f على يمين 0 و أول ذلك هندسيا

$$\left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} = \frac{1}{2} \text{ نقبل أن} \right)$$

(ج) بين أن f تزايدية قطعا على $]0; +\infty[$

-6 ليكن $x > 0$ بين أنه يوجد c من $]0; x[$ حيث $f(c).e^c = \frac{F(x) - \ln 2}{x}$

-7 استنتج قابلية اشتقاق F في 0 على اليمين و أول ذلك هندسيا.

-8 أنشئ المنحنى (C_F) في معلم متعامم منظم. نأخذ $F(1) \approx 3$; $\ln 2 \approx 0,7$

تمرين 2

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بـ $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \sqrt[n]{\frac{(2n)!}{n! \cdot n^n}}$

-1 بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \ln(u_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln\left(1 + \frac{i}{n}\right)$

-2 بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4e^{-1}$

تمرين 3

نعتبر $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ حيث $(E) = \{M \in M_3(\mathbb{R}) / AM = MA\}$

-1 أن بين أن $(E; +, \cdot)$ فضاء متجهي حقيقي

-2 أحسب A^2 ; A^3 ; A^n لكل $n \geq 3$

3- بين أن $(I; A; A^2)$ أساس للفضاء $(E; +; \cdot)$ واستنتج بعده

4- بين أن $(E; +; \times)$ حلقة تبادلية واحدية

5- هل $(E; +; \times)$ جسم؟