التمرين1

$$f(x)=\ln\left(\left|\frac{x}{x+1}\right|\right)$$

1- نحدد D_f **ثم النهايات عند محدات** D_f

$$\forall x\in\mathbb{R}\quad x\in D_f \Leftrightarrow x\neq 0 \quad et \quad x\neq -1$$

$$D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;0[\cup]0;+\infty[$$

*- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\ln\left(\left|\frac{x}{x+1}\right|\right)=0$

*- $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=\lim\limits_{x\to-1}\ln\left(\left|\frac{x}{x+1}\right|\right)=+\infty$

*- $\lim\limits_{x\to0} f(x)=\lim\limits_{x\to}\ln\left(\left|\frac{x}{x+1}\right|\right)=-\infty$

2- أ) نبين أن $\forall x\in\mathbb{R}^*-\{-1\}\quad f'(x)=\dfrac{1}{x(1+x)}$

$$\forall x\in\mathbb{R}^*-\{-1\}\quad f(x)=\ln\left(\left|\frac{x}{x+1}\right|\right)$$

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{(x+1)^2}}{\frac{x}{x+1}}=\frac{1}{x(x+1)}$$

ب) نعطي جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		**-1**		**0**		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	-	‖	+	
f	**0** ↗		$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	**0**

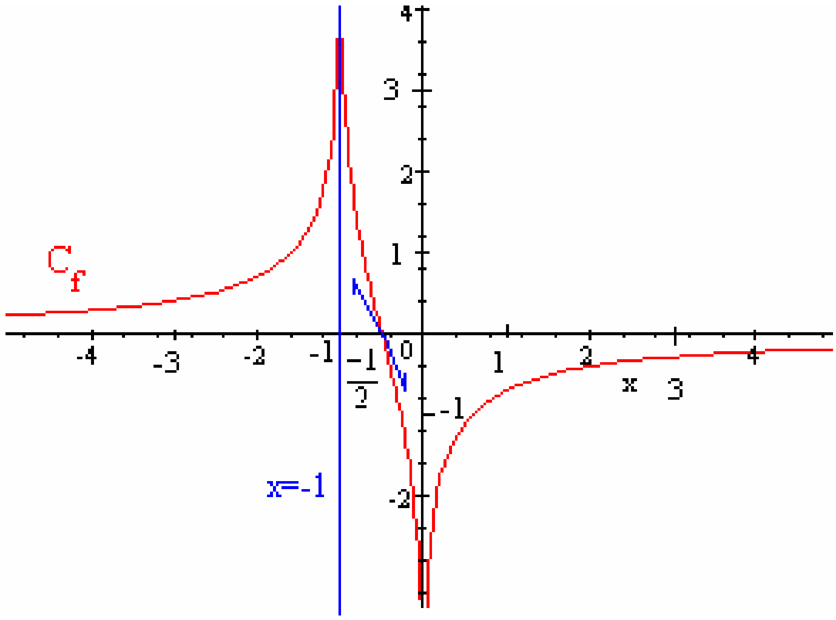
3- أ) نحدد الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

لدينا $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0$ **ومنه** C_f **يقبل محور الأفاصيل مقاربا**

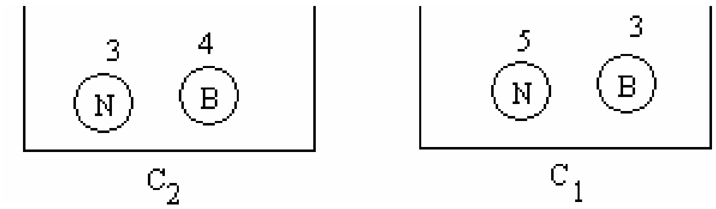
لدينا $\lim\limits_{x\to0} f(x)=-\infty$ **ومنه** C_f **يقبل محور الأراتيب مقاربا**

لديتا $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=+\infty$ **ومنه** C_f **يقبل المستقيم ذا المعادلة** $x=-1$ **مقاربا**

ب) ننشئ المنحنى C_f (نقبل أن $A\left(\frac{-1}{2};0\right)$ نقطة انعطاف لـ C_f)



التمرين2



نحسب احتمال الحصول على كرتين بيضاويين.

ليكن B الحدث " الحصول على كرتين بيضاويين "

C_1 و C_2 يحددان تجزيئ لكون الامكانيات Ω

ومنه $p(B)=p(C_1)\times p_{c_1}(B)+p(C_2)\times p_{c_2}(B)$

$$\begin{cases} p(C_1)=2p(C_2) \\ p(C_1)+p(C_2)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p(C_1)=\frac{2}{3} \\ p(C_2)=\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$p_{C_2}(B)=\frac{A_4^2}{A_7^2}=\frac{4\times3}{7\times6}=\frac{2}{7} \quad \text{و} \quad p_{C_1}(B)=\frac{A_3^2}{A_8^2}=\frac{3\times2}{8\times7}=\frac{3}{28}$$

$$p(B)=\frac{2}{3}\times\frac{3}{28}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{7}=\frac{3+4}{42}=\frac{7}{42}=\frac{1}{6}$$

التمرين3

$(G;\times)$ زمرة عنصرها المحايد **1**

ليكن n عنصرا معلوما من G، $\quad h\in H \Leftrightarrow \exists x\in g/ \quad h=nxn^{-1}$

نبين أن H زمرة جزئية من $(G;\times)$

*- $H\neq\varnothing$ لأن $1=1\times1\times1^{-1}$ أي $1\in H$

ليكن $(h_1;h_2)$ من H^2 ومنه $h_2=nyn^{-1}$; $\exists(x;y)\in G^2 / h_1=nxn^{-1}$

$$h_1\times h_2^{-1}=nxn^{-1}\times(nyn^{-1})^{-1}$$

ومنه $h_1\times h_2^{-1}=nxn^{-1}n(ny)^{-1}=nxn^{-1}ny^{-1}n^{-1}=n(x\left(n^{-1}n\right)y^{-1})n^{-1}=n(xy^{-1})n^{-1}$ لأن $\times$ تجميعي

وحيث $(x;y)\in G^2$ و $(G;\times)$ زمرة فان $xy^{-1}\in G$ و بالتالي $h_1\times h_2^{-1}\in H$

إذن $(H;\times)$ زمرة جزئية من $(G;\times)$

التمرين4

نعتبر * و T قانونين تركيبيين داخليين معرفين في المجموعة الغير الفارغة E و يحققان الشروط التالية:

$i)$ القانون * يقبل عنصرا محايدا e في E ، والقانون T يقبل عنصرا محايدا ε في E

$ii)$ * و T قانونان تبادليان

$iii)$ كل من القانونين * و T توزيعي بالنسبة للأخر

$iv)$ كل عنصر a من E له متممة في E و نرمز له بـ $\overline{a}$

- نقول إن $\overline{a}$ متمم للعنصر a في E إذا و فقط إذا كان $a*\overline{a}=\varepsilon$ و $aT\overline{a}=e$

-1 نبين أن $aTa=a \quad ; \quad a*a=a \quad \forall a\in E$

$$\forall a\in E \quad a*e=a \quad ; \quad aT\varepsilon=a$$

$$\forall a\in E \quad a*(aT\overline{a})=a \quad ; \quad aT(a*\overline{a})=a$$

$$\forall a\in E \quad (a*a)T(a*\overline{a})=a \quad ; \quad (aTa)*(aT\overline{a})=a$$

$$\forall a\in E \quad (a*a)T\varepsilon=a \quad ; \quad (aTa)*e=a$$

$$\forall a\in E \quad a*a=a \quad ; \quad aTa=a$$

-2 نبين أن $aTe=e \quad ; \quad a*\varepsilon=\varepsilon \quad \forall a\in E$

لدينا $\overline{a}T\varepsilon=\overline{a} \quad ; \quad \overline{a}*e=\overline{a} \quad \forall a\in E$

ومنه $a*(\overline{a}T\varepsilon)=a*\overline{a} \quad ; \quad aT(\overline{a}*e)=aT\overline{a} \quad \forall a\in E$

$$\forall a\in E \quad (aT\overline{a})*(aTe)=e \quad ; \quad (a*\overline{a})T(a*\varepsilon)=\varepsilon$$

$$\forall a\in E \quad e*(aTe)=e \quad ; \quad \varepsilon T(a*\varepsilon)=\varepsilon$$

$a*\varepsilon=\varepsilon \quad ; \quad aTe=e \quad \forall a\in E$ لأن e عنصر محايد لـ * و ε عنصر محايد لـ T

-3 نبين أن $a*(aTb)=aT(a*b)=a \quad \forall (a;b)\in E^2$

ليكن $(a;b)\in E^2$

$$aT(a*b)=(aTa)*(aTb)=a*(aTb)$$

لدينا $b*\varepsilon=\varepsilon$ ومنه $aT(b*\varepsilon)=aT\varepsilon$

$$(aTb)*(aT\varepsilon)=a$$

$(aTb)*a=a$ ومنه $a*(aTb)=a$ لان * تبادلي

إذن $a*(aTb)=aT(a*b)=a \quad \forall (a;b)\in E^2$

-4 نبين أنه إذا وجد b و c من E يحققان $a*b=a*c$ و $\overline{a}*b=\overline{a}*c$ فان $b=c$

لدينا $a*b=a*c$ و $\overline{a}*b=\overline{a}*c$

ومنه $(\overline{a}*b)T(a*b)=(\overline{a}*c)T(a*c)$

$$(\overline{a}Ta)*b=(\overline{a}Ta)*c$$

$$e*b=e*c$$

إذن $b=c$