

* بعد مراجعة دروسك اضبط ساعتك و أنجز هذا الفرض في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد مع احترام ضوابط و طقوس إنجاز فرض.

* عند الانتهاء ضع الورقة في ملف إلى يوم إدراج التصحيح في نفس الموقع.

* يوم إدراج التصحيح في الموقع هو: 30 أبريل 2004

المدة: ساعتان	فرض شهر أبريل 2004	الثانية سلك بكالوريا علوم رياضية
---------------	--------------------	----------------------------------

التمرين 1

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة بما يلي

$$\begin{cases} f(x) = e^{\frac{1}{\ln x}} & x \in \mathbb{R}_+^* - \{1\} \\ f(0) = 1 & ; \quad f(1) = 0 \end{cases}$$

(A) ليكن C_f منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أدرس اتصال f في 1 و اشتقاق f على يمين 0 ثم على يسار 1
2- أدرس تغيرات الدالة f

3- (أ) بين أن المستقيم $(D): y = x$ محور تماثل للمنحنى C_f

(ب) حدد نقطة تقاطع C_f و (D)

(ج) أنشئ المنحنى C_f

(B) نعتبر الدالة العددية F المعرفة بـ: $F(x) = \int_x^{x+1} f(t) dt \quad \forall x \in]1; +\infty[$

1- (أ) بين أنه $f(x+1) \leq F(x) \leq f(x) \quad \forall x \in]1; +\infty[$

(ب) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$

2- (أ) بين أن $e^u \geq u + 1 \quad \forall u \in]0; +\infty[$

(ب) استنتج أنه $F(x) - 1 \geq \int_x^{x+1} \frac{1}{\ln t} dt \quad \forall x \in]1; +\infty[$

(ج) بين أن $\ln t \leq t - 1 \quad \forall t \in]0; +\infty[$

(د) استنتج أن $\int_x^{x+1} \frac{1}{\ln t} dt \geq \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) \quad \forall x \in]1; +\infty[$

(ه) حدد $\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x)$

3- أدرس تغيرات F

4- أنشئ منحنى الدالة F في المعلم المتعامد المنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

التمرين 2

نعتبر مجموعة المصفوفات $M_\lambda = \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ \frac{1}{4}b & a + \lambda b \end{pmatrix} / (a; b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$ حيث $\lambda \in]-1; 1[$

1- بين أن M_λ مستقرة بالنسبة للجمع و الضرب في $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

2- بين أن $(M_\lambda; +; \times)$ جسم تبادلي

3- نعتبر $(M_\lambda; +; \bullet)$ فضاء متجهي حقيقي. نضع $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ و $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{4} & \lambda \end{pmatrix}$

أثبت أن $(A; I)$ أساس للفضاء $(M_\lambda; +; \bullet)$

التمرين 3

نعتبر المعادلة التفاضلية $(E): y'' + 2y' + 2y = -(x+1)e^{-x} + 2$

1- أ) تأكد أن الدالة u المعرفة على \mathbb{R} بـ: $u(x) = \int_0^x te^{-t} dt$ حل خاص للمعادلة (E)

ب- حل المعادلة (E)

2- نعتبر المتتالية المعرفة بما يلي $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} e^{-\frac{k}{n}}$

حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$